

הסתברות ותהליכים סטוכסטיים

פרק 25 - קירוב פואסוני להתפלגות הבינומית

תוכן העניינים

1. כללי 1

קירוב פואסוני להתפלגות הבינומית:

רקע:

אם: $X \sim B(n, p)$ עבור n גדול ו- P קטן ניתן לקרב את ההתפלגות להיות פואסונית כאשר הפרמטר: $\lambda = np$.

כאשר פונקציית ההסתברות של ההתפלגות הפואסונית כזכור היא: $p(X = k) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^k}{k!}$.
הערה: יש הטוענים, כי n גדול ו- P קטן משמעותי: $np \geq 10$ ו- $p \leq 0.1$.

דוגמה (פתרון בהקלטה):

בקו ייצור המוני 10% מהמוצרים כחולים. בוחרים באקראי 20 מוצרים מקו הייצור. חשבו את ההסתברות שמתוך המוצרים שיבחרו בדיוק 1 יהיה כחול.
פעם לפי ההתפלגות הבינומית ופעם לפי הקירוב הפואסוני.

שאלות:

- (1) במדינת שומקום 10% מהאוכלוסייה מובטלת. נדגמו 10 תושבים אקראיים מאותה מדינה. חשבו את הסיכוי שבמדגם יהיה לכל היותר מובטל אחד. השוו את התוצאה לקירוב הפואסוני.
- (2) מקו ייצור המוני נדגמו 1000 מוצרים. ידוע ש-5% מהמוצרים בקו הייצור פגומים. מה הסיכוי שבמדגם יתקבלו 45 מוצרים פגומים?
- (3) 1% מהתושבים באוכלוסייה גדולה חולים במחלה מסוימת. בסניף קופת חולים נרשמו 2000 תושבים אקראיים. חשבו לפי הקרוב הפואסוני שבדיוק 18 מהם יהיו חולים.
- (4) בעיר ניו יורק ישנם כתשעה מיליון תושבים, שמתוכם 900 אלף אסיאתיים. מה בקירוב ההסתברות שמתוך 100 תושבים אקראיים לפחות שני אסיאתיים?

תשובות סופיות:

- (1) ללא קירוב: 0.7361, עם קירוב: 0.7358.
- (2) 0.0458
- (3) 0.0844
- (4) 0.9995